

# 粒子法と分布点音源法による 超音波浮揚液滴回転のシミュレーション

成蹊大学 和田 有司・弓削 康平

東京工業大学 田中 宏樹・中村 健太郎

## 1. はじめに

近年、微小物体の非接触搬送技術として超音波を用いた浮揚技術が注目されている。これは定在波音場中に微小物体を配置すると音響放射力により音圧の節に捕捉される現象を利用したものである。液滴の浮揚についても多くの実験報告がなされており、一次元定在波音場中に液滴を浮揚させると回転楕円体状になること<sup>(1)(2)</sup>や、多くの場合この同時に液滴が回転すること<sup>(3)-(6)</sup>が知られている。数値計算によるこれらの現象解明は非接触搬送技術において重要であるが、計算格子を用いた計算手法で超音波と液滴自由表面を扱うのは処理が煩雑であり、流体静力学的な液滴形状の検討<sup>(7)(8)</sup>や、液滴表面に発生するトルクの理論検討例<sup>(5)</sup>は存在するものの、浮揚した液滴形状や内部流体の動的変化を数値計算で求めた報告例はほとんどない。

筆者らは、計算格子を持たない音場計算法である分布点音源法 (Distributed Point Source Method, DPSM<sup>(9)</sup>) と、同じく計算格子を持たない非圧縮性流体計算手法であるMPS粒子法 (Moving Particle Semi-implicit<sup>(10)</sup>) を組み合わせて、浮揚液滴形状をシミュレーション方法について検討している<sup>(1)(12)</sup>。本稿では、縦方向に平面定在波を励振することで液滴を浮揚させうえて、位相差駆動により発生する回転進行波音場により液滴を回転するような場合を想定した液滴の挙動を計算し、文献値との比較・検討を行う。

## 2. 音響放射力

非線形音場中では圧力に直流分が発生することが知られており、単位面積あたりの音響放射力 $F$ はラ

ンジュバン放射圧 $P_{rad}$ とレイノルズ応力由来のせん断力 $\tau_R$ との和で表される<sup>(13)</sup>。

$$\mathbf{F} = -P_{rad}\mathbf{n} + \boldsymbol{\tau}_R \quad \dots(1)$$

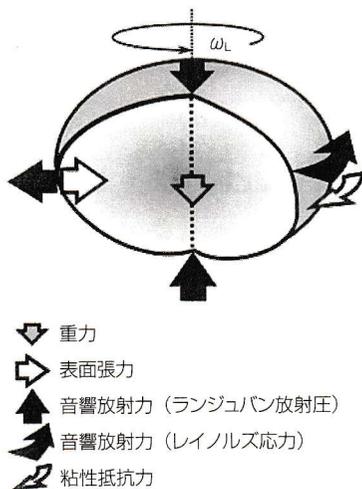
$$P_{rad} = \frac{\langle p^2 \rangle}{2\rho_0 c^2} - \frac{\rho_0 \langle u^2 \rangle}{2} \quad \dots(2)$$

$$\boldsymbol{\tau}_R = -r_0 \langle \mathbf{v}\mathbf{u} \rangle \quad \dots(3)$$

$p$ 、 $\mathbf{u}$ 、 $\rho_0$ 、 $\mathbf{n}$ はそれぞれ音圧、粒子速度、媒質の密度、境界外向き法線ベクトルであり、 $\langle \dots \rangle$ は時間平均の操作を示す。また、 $\mathbf{v}$ については一般的な音響放射力の定義においては単純な法線速度 $u_n$ であるが、周波数 $\omega$ の音場により粘性的に界面が摩擦される場合には媒質の粘度 $\eta_0$ を反映した下式に示される値を使用する必要がある<sup>(6)</sup>。

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{\eta_0}{j\omega\rho_0}} (\mathbf{n} \times \nabla) \cdot \mathbf{u} \quad \dots(4)$$

第1図に浮揚する液滴に働く力を示す。力の釣り合いは大きく分けて三種類が想定される。一つ目は液滴の重心位置に対する釣り合いで、鉛直方向の音響放射力液滴にかかる重力と釣り合う点、つまり平面波音場では音圧の節の若干下位置で液滴が浮揚する。二つ目は液滴の形状に関する釣り合いで、水平方向の音響放射力が液滴を楕円体状に押しつぶすのに対して表面張力がこれに拮抗することで、液滴形状が決定される。三つ目が液滴の回転に関する釣り合いで、せん断力 $\tau_R$ により液滴の回転加速度がもたらされ、これはいずれ周囲媒質の粘性抵抗により一定速度の回転が得られることが予想される。

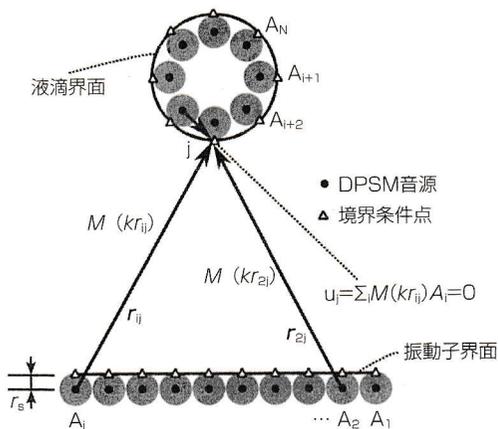


第1図 液滴に作用する力

これらの液滴のシミュレーションには、音響放射力の計算のために音場解析、そして液滴流れの計算に非圧縮性流体解析が必要であり、加えて音響散乱体である液滴形状が時間変化するためこれら二つを連成して計算する必要がある。

### 3. 分布点音源法 (DPSM)

分布点音源法<sup>9)</sup>は境界に点音源を分布させるだけで、節点結合等のメッシュ生成なしに空間音場を計算する方法である。第2図にDPSMの計算の模式図を示す。まず一次音源と反射板や液滴などの二次音源すべてに、振幅未知の点音源  $\{A_i\}$  を分布させる。点音源群から放射された音波が観測点  $j$  に形成する



第2図 分布点音源法 (DPSM) の模式図

音圧  $p$  は式(5)の数値積分により求めることができる。同時に、法線方向粒子速度  $u$  についても同様の数値積分により算出可能である。

$$p_j = \sum_i^N A_i \frac{\exp(-jkr_{ij})}{r_{ij}} = \{G_{ij}\}^T \{A\} \quad \dots(5)$$

$$u_j = \sum_i^N A_i \frac{\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{r}_{ij} jk + r_{ij}^{-1}}{r_{ij} j\omega\rho} \exp(-jkr_{ij}) = \sum_i^N \{M_{ij}\}^T \quad \dots(6)$$

$A_i$  が既知の場合は上式を単純に計算すればよいが、反射体など二次音源が存在する場合、一次音源表面で速度  $V_0$ 、反射体や液滴表面は音響的に剛体として速度 0 といった境界条件を満たすように音源群の振幅  $\{A_i\}$  を決定すればよい。点音源を  $N$  個分布させた場合、境界条件  $\{V_j\}$  を  $N$  個準備し、行列  $[M_{ij}]$  を準備して連立方程式を解くことで  $\{A_i\}$  を得ることができる。

$$\begin{aligned} \{A_i\} &= [M_{ij}]^{-1} \{V_j\} \\ \{V_j\} &= \{V_0, \dots, V_0, 0, \dots, 0\}^T \end{aligned} \quad \dots(7)$$

ただし、グリーン関数  $G$  や  $M$  は距離  $r=0$  では値が発散してしまうため、点音源を半径  $r_s$  の小球とし音源中心は界面から  $r_s$  だけ離すというのが DPSM の特徴である。

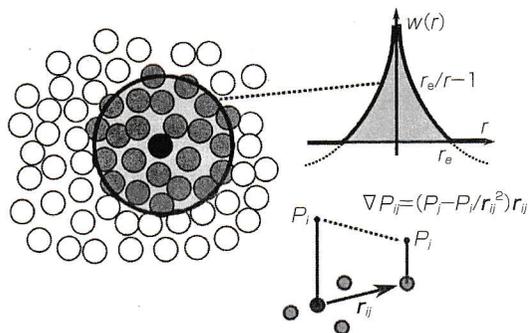
音源振幅が決定した後は式(5)(6)から任意の位置の音圧・粒子速度が手に入るため、液滴表面で音圧と粒子速度を計算すれば、式(1)~(4)により液滴表面の音響放射力を算出することができる。

### 4. MPS粒子法

音場からの時間平均圧力を受けた液滴流体の形状変化には、同じく計算格子の必要のない粒子法で計算行う。粒子法は流体の流れを空間格子ではなく散布された粒子の相互作用により計算する手法であり、MPS法<sup>10)(3)</sup>の他にもSPH法などが知られている。

第3図にMPS粒子法の模式図を示す。MPS法の特徴である粒子  $i$  の有する物理量  $P$  の空間勾配の計算は以下の式のように表される。

$$\nabla P = \frac{D}{d^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{P_j - P_i}{r_{ij}^2} r_{ij} w(r_{ij}) \right] \quad \dots(8)$$



第3図 MPS粒子法の数値微分

$$w(r) = \max[r_e/r - 1, 0]$$

$$d_i = \sum_{j \neq i} w(r_{ij}) \quad \dots(9)$$

$D=3$ は次元数、 $w(r)$ は重み関数、 $d^0$ は初期配置における粒子密度、 $r_e$ はMPS法の影響半径である。式(10)に粒子法の実非圧縮性流体方程式の支配方程式を示す。粒子法は流体とともに移動するラグランジュ法であるため対流項を計算する必要がない。

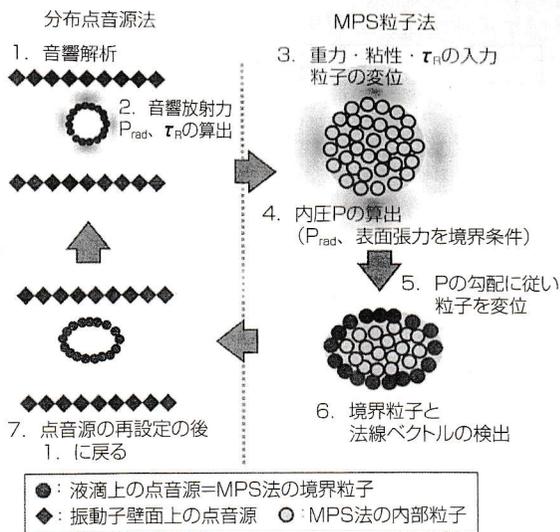
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\nabla P}{\rho_L} + \frac{\eta_L}{\rho_L} \nabla^2 U + \frac{\tau_R}{(4/3)\rho_L \Delta r} + g \quad \dots(10)$$

$g, \kappa, \rho_L, \sigma$ は重力加速度、表面の曲率、液滴の密度と表面張力定数である。レイノルズ応力によるせん断力 $\tau_R$ は面積力であるため、等価的な粒子厚  $(4/3)\Delta r$ で除した値を入力する。過渡流体計算はSMAC法と同様の半陰的アルゴリズムにて実行する。ランジュバン放射圧 $P_{rad}$ および表面張力の影響はポアソン方程式の境界条件として入力する。

$$\nabla^2 p = \frac{\rho_L}{\Delta t} \text{div} U (P = P_{rad} + \sigma \kappa, \text{ on boundary}) \quad \dots(11)$$

境界粒子の検出については粒子密度 $d$ が初期密度に対して閾値 $0.8d^0$ を下回るものを境界とし、次時間ステップのDPSM点音源とする。表面張力の算出に必要な曲率 $\kappa$ は、周囲の境界粒子の位置ベクトルと法線・接線ベクトルを用いて、関数の曲率の式に従い算出する。

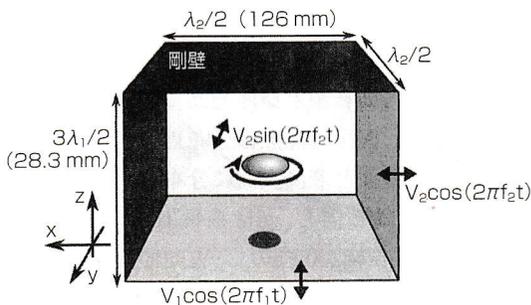
第4図にDPSMとMPSの連成解析手法の流れを示す。計算は音響放射力と境界粒子配置の交換により進行する。



第4図 DPSM-MPS連成解析手順

### 5. 液滴浮揚・回転の装置

第5図にBiswasら<sup>(6)</sup>の液滴の浮揚と回転を別の駆動系で行う振動系を模した計算モデルを示す。音響モデルは振動板と反射板に囲まれた $126 \times 126 \times 28.3 \text{ mm}^3$ の直方体領域とし、その中央付近の  $(0, 0, -1.5) \text{ mm}$ に初期半径 $a=1.0 \text{ mm}$ または $1.3 \text{ mm}$ のグリセリン液滴を浮揚させる。下面振動板より周波数 $f_1=18 \text{ kHz}$ の浮揚用超音波を入力し三次モードの平面定在波により液滴を浮揚したうえで、回転用の周波数 $f_2=1.35 \text{ kHz}$ の音響入力として二面の位相の異なる振動子を駆動し、一次モードの回転進行波を励振することで液滴を $-z$ まわりの回転を誘起する。各振動面の対面は剛壁として取り扱う。第1表に材料定数、第2表に計算に使用したパラメータを示す。



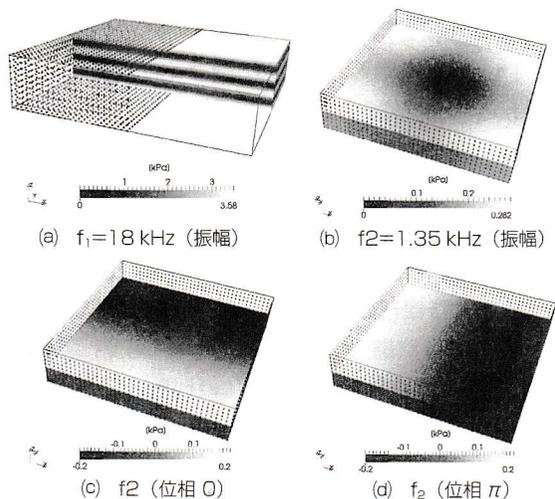
第5図 液滴浮揚・回転の計算モデル

第1表 材料定数

	媒質 (空気)	液滴 (グリセリン)
密度 (kg/m <sup>3</sup> )	1.29	1,260
音速 (m/s)	340	1,900
表面張力 (mN/m)	-	63.4
動粘度 (cSt)	15.1	20.0

第2表 計算に使用したパラメータ

重力 (m/s <sup>2</sup> )	9.8
空気抵抗 (ms <sup>-1</sup> )	0.001
液滴の初期位置 (x, y, z) (mm)	(0, 0, -1.5)
計算時間 (ms)	50
計算時間ステップΔt (ms)	0.20
初期液滴半径a (mm)	1.0および1.3
MPS粒子半径Δ <sub>r</sub> (mm)	a/12
DPSM音源半径 (液滴)r <sub>s</sub> (mm)	a/12
DPSM音源半径 (壁面)r <sub>s</sub> (mm)	3.15 (=λ <sub>1</sub> /6)



第6図

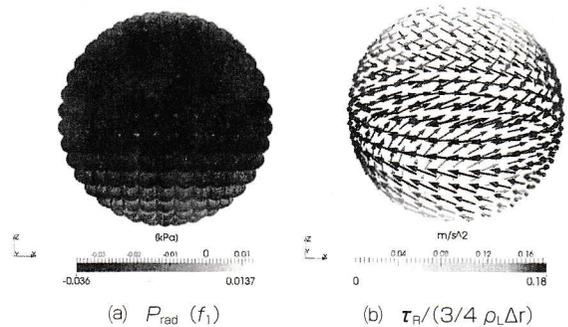
(a)  $f_1$ 音圧振幅分布、(b)  $f_2$ 音圧振幅分布、(c)位相0における $f_2$ 音圧分布、(d)位相 $\pi/2$ における $f_2$ 音圧分布

第6図に縦方向音源と側面方向音源が励振する音圧分布を示す。図中の黒点は分布点音源法の音源を示しており、壁面と液滴表面に分布している。音圧振幅は上記文献と同じ、 $f_1$ は振幅3.6 kPaの $z$ 方向平面定在波、 $f_2$ は振幅200 Paの $x, y$ 方向で回転進行波音場が励起されるものとする。

## 6. 結果

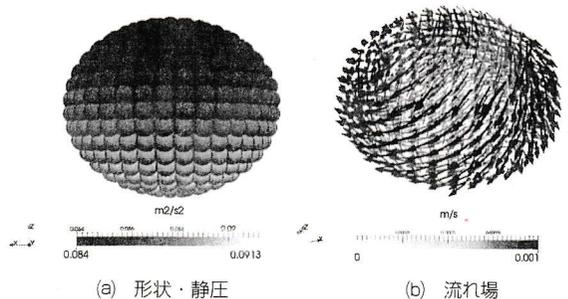
第7図に初期形状の液滴に発生する $f_1$ 由来のランジュバン放射圧 $P_{rad}$ と $f_2$ 由来のレイノルズ応力由来のせん断力 $\tau_R$ によりもたらされる加速度分布を示す。 $P_{rad}$ は液滴下面に13.7 Pa程度の正圧を受けておりこれが液滴の浮揚を支えることとなる。また液滴側面には $-36$  Paの負圧を受けており、側面方向に引張られるので楕円体状に変形することが予想される。また $\tau_R$ より液滴表面は最大 $0.18$  m/s<sup>2</sup>の加速度を受け $-z$ 方向の回転が誘起される。 $f_2$ 由来の $P_{rad}$ は $f_1$ 由来のものより無視できるほど小さく、 $f_1$ 由来の $\tau_R$ は分布は軸対称であり液滴の変形や回転に影響をほとんど及ぼさないうえ、計算の不安定因子となるため計算から除外して解析を行った。

第8図に初期液滴半径が1.0 mmの場合の $t=50$  msにおける液滴の変形と流れ場を示す。変形形状には流体ポテンシャル $P/\rho_L$ が表示されている。液滴は回転楕円形に変形しながら、外周部で1 mm/s程度の $-z$ 向きの回転流れが発生しているのが確認できる。



第7図

(a)  $f_1$ 由来のランジュバン放射圧 $P_{rad}$ 、(b)  $f_2$ 由来のレイノルズ応力由来のせん断力 $\tau_R$ の分布

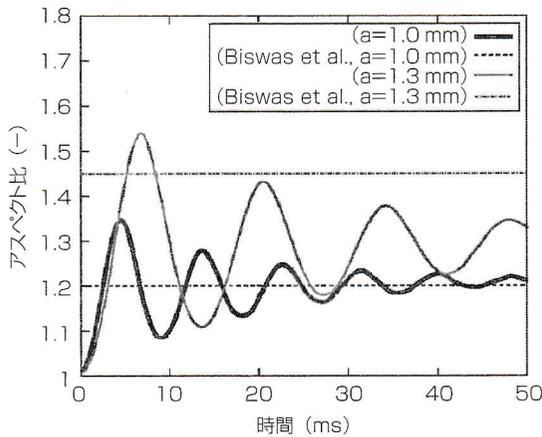


第8図

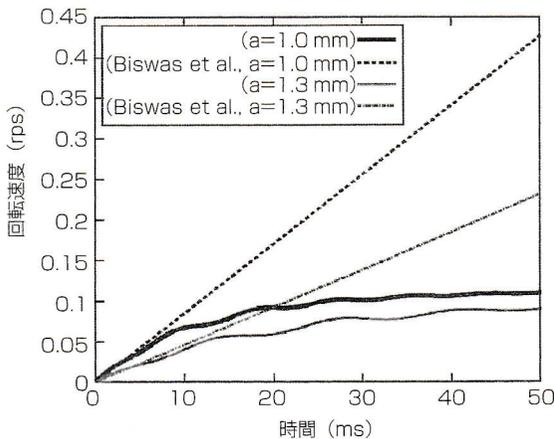
(a)液滴の変形形状と内圧分布、(b)液滴に発生する流速分布

第9図に初期半径 $a=1.0$  mmおよび $1.3$  mmの場合の液滴のアスペクト比 $H=(\text{液滴幅})/(\text{液滴高さ})$ の時刻歴応答、および文献値<sup>(6)</sup>の回転加速度それぞれ $H=1.2$ および $1.45$ の直線を示す。表面張力波の発生によりアスペクト比がそれぞれ $10$  msおよび $14$  msの周期で変動し、やがて一定値に落ち着くのが確認できる。 $a=1.0$  mmのケースは文献値とよく一致しているが、 $a=1.3$  mmでは文献値をやや下回っている。これは後述する回転速度の飽和が原因であると考えられる。

第10図に初期半径 $a=1.0$  mmおよび $1.3$  mmの場合の液滴回転速度の時刻歴応答、および文献値<sup>(6)</sup>の回転加速度それぞれ $8.5$ および $4.6$  rpsの直線を示す。液滴全体の回転速度 $\omega_L$ については、剛体回転の慣



第9図 液滴アスペクト比の時刻歴応答



第10図 液滴回転速度の時刻歴応答

性モーメントテンソル  $[I]$  と角運動量から下記の式より算出した。

$$\omega_L = \frac{1}{2\pi} [I]^{-1} \sum_i^N (r_{Li} \times U_i) \Delta m \quad \dots(12)$$

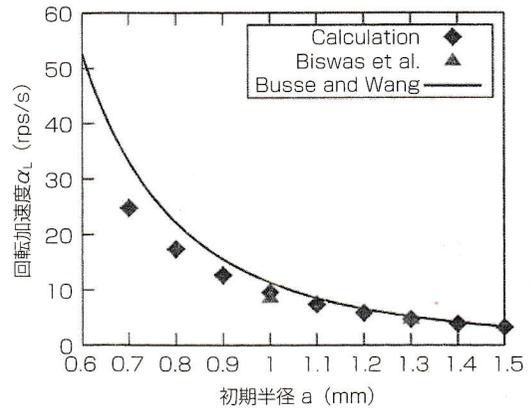
$$[I] = \sum_i^N [(r_{Li} \cdot r_{Li}) E - r_{Li} r_{Li}^T] \Delta m \quad \dots(13)$$

ただし、 $r_L$ は液滴重心からの位置ベクトルである。 $t=10$  msまでの初期の回転速度は文献値とよく一致した結果を示しているが、計算結果では $10$  ms以降回転速度が飽和してしまう現象が存在する。これは粒子法の微分誤差のため数値的な逆トルクが発生しているためであると考えられる。この回転速度の誤差が、液滴体積の大きい $a=1.3$  mmのケースにおいては遠心力による液滴の扁平化に誤差を与えたため、アスペクト比が実際より小さな値となったと考えられる。

第11図に液滴の初期半径を変化させた場合の $10$  msまでにおける液滴の回転加速度 $\alpha_L$ を示す。液滴にかかる加速度の理論式<sup>(4)</sup>、Biswasら<sup>(6)</sup>の測定結果とともに図に示す。

$$\alpha_L = \frac{45}{4a^3} \frac{\sqrt{\eta/(\omega\rho_0)}}{\rho_L} \frac{p_x p_y}{2\rho_0 c^2} \quad \dots(14)$$

初期の加速度については理論値と計算結果・測定結果はよく一致しており実際の現象をよく再現した結果になっているといえる。



第11図 回転加速度の液滴初期半径依存性

## 7. まとめ：おわりに

本稿では液滴の回転を考慮した分布点音源法とMPS粒子法による流れ場のシミュレーションを行った。液滴への入力としてはランジュバン放射圧に加えて、粘性流体条件下における境界層近似を適用した粒子速度からレイノルズ応力を求めることで算出した、音響粘性トルクに相応する力を入力した。計算例として、液滴の浮揚と回転を別の駆動系で行う振動系で液滴に発生する流れ場を計算すると液滴の変形と回転を同時に再現することができた。

### <参考文献>

- (1) 阿部豊・長谷川浩司：“超音波による浮遊液滴の制御（小特集超音波によるマニピュレーション技術の動向）”、日本音響学会誌、Vol.69, No.11, pp.591-596 (2013)
- (2) R.Whymark：“Acoustic field positioning for containerless processing”, Ultrasonics, Vol.13, No.6, pp.251-261 (1975)
- (3) 大塚哲郎・仲瀬正樹・中根偕夫：“微小物体の超音波浮揚に関する研究（強力超音波）”、電子情報通信学会技術研究報告、US、超音波Vol.105, No.489, pp.37-42 (2005)
- (4) Y.Yamamoto, Y.Abe, A.Fujiwara, K.Hasegawa and K.Aoki：“Internal Flow of Acoustically Levitated Droplet”, Microgravity Sci. Technol., Vol.20, No.3, pp.277-280 (2008)
- (5) F.H.Busse and T.G.Wang：“Torque generated by orthogonal acoustic waves-theory”, J. Acoust. Soc. Am., Vol.69, No.6, pp.1634-1638 (1981)
- (6) A.Biswas, E.W.Leung and E.H.Trinh：“Rotation of ultrasonically levitated glycerol drops”, J. Acoust. Soc. Am., Vol.90, No.3, pp.1502-1507 (1991)
- (7) W.T.Shi and R.E.Apfel：“Deformation and position of acoustically levitated liquid drops”, J. Acoust. Soc. Am., Vol.99, No.4, pp.1977-1984 (1996)

- (8) A.L.Yarin, M.Pfaffenlehner and C.Tropea：“On the acoustic levitation of droplets”, J. Fluid Mech., Vol.356, pp.65-91 (1998)
- (9) D.Placko and T.Kundu, eds.：“DPSM for Modeling Engineering Problems, Wiley, New York, p.372 (2007)
- (10) 越塚誠一：粒子法（計算力学レクチャーシリーズ）、丸善(2005)
- (11) Y.Wada, K.Yuge, R.Nakamura, H.Tanaka and K.Nakamura：“Dynamic analysis of ultrasonically levitated droplet with moving particle semi-implicit and distributed point source method”, Jpn. J. Appl. Phys., Vol.54, No.7S1, p.07HE04 (2015)
- (12) Y.Wada, K.Yuge, H.Tanaka and K.Nakamura：“Analysis of ultrasonically rotating droplet using moving particle semi-implicit and distributed point source methods”, Jpn. J. Appl. Phys., Vol.55, No.7S1, in press
- (13) 鎌倉友男：非線形音響－基礎と応用（音響テクノロジーシリーズ）、コロナ社（2014）
- (14) T.Tamai and S.Koshizuka：“Least squares moving particle semi-implicit method”, Comput. Part. Mech., Vol.1, No.3, pp.277-305 (2014)

### 【筆者紹介】

和田 有司

成蹊大学 理工学部 助教

弓削 康平

成蹊大学 理工学部 教授

田中 宏樹

東京工業大学 総合理工学研究科  
物理情報システム専攻 博士課程3年

中村 健太郎

東京工業大学 未来産業技術研究所 教授

# 『日・韓・英』技術用語ハンドブック

B6判・400頁 定価：2,500円＋税

# 『日・中・英』技術用語ハンドブック

B6判・388頁 定価：2,500円＋税

「建築・土木」、「電気・電子」、「機械」、「コンピュータ・情報処理・通信」、「エネルギー」、「環境」の6分野の頻出用語を収録。

日本工業出版(株)

フリーコール 0120-974-250 netsale@nikko-pb.co.jp