

# 超音波ポンプのモデル化と性能評価

長谷川 健, 小山 大介, 中村 健太郎, 上羽 貞行  
東京工業大学 精密工学研究所

## 1. Introduction

液中の超音波振動面に数  $10 \mu\text{m}$  の隙間を介して円管を配置すると揚水する。著者らはこの現象を利用した超音波ポンプをこれまでに検討している<sup>[1]</sup>。本報では、ポンプ圧の増大化を図るため、スクイーズ膜理論<sup>[2]</sup>に基づいて揚水機構をモデル化し、ポンプ圧のシミュレーションを行う。

## 2. Modeling of the pump operation

超音波ポンプの概略図を Fig. 1 の左側に示す。ボルト締めランジュバン型振動子とストレートホーンを接続し、水槽をホーンの節で固定する。アルミニウム円管を隙間を介してピストン振動面上に垂直に配置する。ポンプ性能はポンプ圧  $P = \rho Gh$  で評価し、 $\rho$  は水の密度、 $G$  は重力加速度、 $h$  は揚水高さである。

揚水機構のモデルを Fig. 1 の左側に示す。円管の内半径、外半径、隙間、振動面の振動振幅をそれぞれ  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $g$ 、 $u$  とする。隙間内に発生する音圧  $p$  は式(1)で表される。

$$p = K \frac{\Delta V}{V} \quad (1)$$

ここで、 $K$  は水の体積弾性率、 $\Delta V/V$  は振動による隙間の体積変化の割合である。

隙間内に発生する静圧を導出するため、水の体積弾性率の非線形性を導入する。振動振幅が隙間と同じオーダーであるため、 $K$  が式(2)のように隙間の体積変化の関数になると仮定する。式(2)を図示したものを Fig. 2 に示す。

$$K = K_0 \frac{1}{1 - \frac{\Delta V}{V}} \quad (2)$$

モデルは軸対象であるので、 $\Delta V/V$  は式(3)で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{V} &= \text{div} u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r a_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r a_r) - \frac{u}{g} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $a_\theta = 0$  であり、 $\frac{\partial a_z}{\partial z} = -\frac{u}{g}$  となる。 $a_r$  の計算の複雑さを避けるため、式(3)が式(4)と表されると仮定する。

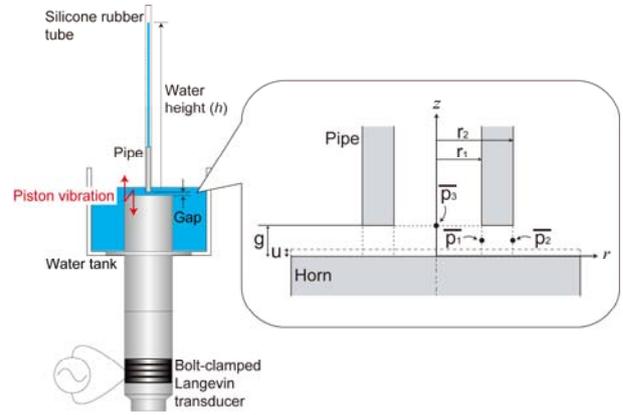


Fig. 1 Schematic view of the ultrasonic pump and model of the pump operation.

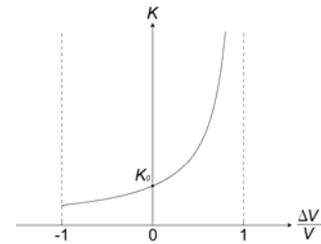


Fig. 2 Non-linear model of the elastic property of water.

$$\frac{\Delta V}{V} = \alpha \frac{u}{g} = \alpha \frac{u_0 \cos \omega t}{g} \quad (4)$$

ここで、 $\alpha$  をスクイーズ膜係数と呼ぶこととし、 $0 < \alpha \leq 1$  の範囲で与える。この係数  $\alpha$  がスクイーズ膜効果の強さを表す値である。

式(1)、(2)、(4)から式(5)を得る。

$$p = c^2 \rho \frac{\alpha \cos \omega t}{\frac{g}{u_0} - \alpha \cos \omega t} \quad (5)$$

ここで、 $c$  は水の音速、 $\rho$  は水の密度である。音圧  $p$  を時間平均すると、静圧  $\bar{p}$  が得られ、式(6)となる。

$$\bar{p} = c^2 \rho \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\alpha \cos \omega t}{\frac{g}{u_0} - \alpha \cos \omega t} dt = \frac{1}{2} c^2 \rho \frac{u_0^2}{g^2} \alpha^2 \quad (6)$$

次に、円管内の静圧を導出するために静圧を変成する。Fig. 1 に示すように、 $\bar{p}_1$ 、 $\bar{p}_2$ 、 $\bar{p}_3$ 、 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  をそれぞれ隙間の内壁面の静圧、外壁面の静圧、円管の静圧、隙間の内壁面の面積、外壁面の面積、半径

$r_1$ の円面積とする。この  $\bar{p}_3$  が所望の静圧であり、ポンプ圧の計算値を示す。

隙間の壁面積の比から、 $\bar{p}_1$  と  $\bar{p}_2$  が式(7)になると仮定する。

$$\begin{aligned}\bar{p}_1 &= \frac{A_1}{A_1 + A_2} \bar{p} = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \bar{p} \\ \bar{p}_2 &= \frac{A_2}{A_1 + A_2} \bar{p} = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \bar{p}\end{aligned}\quad (7)$$

隙間の内壁面に発生する力と円管内に発生する力が釣り合うと仮定すると、式(8)を得る。

$$\bar{p}_1 \times A_1 = \bar{p}_3 \times A_3 \quad (8)$$

式(6)、(7)、(8)から式(9)を得る。

$$\bar{p}_3 = \frac{1}{r_1 + r_2} c^2 \rho \frac{u_0^2}{g} \alpha^2 \quad (9)$$

ポンプ圧  $\bar{p}_3$  は隙間の-1 乗に、振動振幅の 2 乗に、外径と内径の和の-1 乗に比例することがわかる。

### 3. Comparison of simulated pressure with experimental pressure

シミュレーションの有効性を検証するため、ポンプ圧の実験値と計算値を比較検討する。ポンプ圧の実験値は Fig. 1 に示す実験系で測定する。円管の外径、内径、水の音速、水の密度をそれぞれ 5.0 mm、3.5 mm、1483 m/s、998 kg/m<sup>3</sup> とする。Figure 3 に隙間を変えたときのポンプ圧を示す。駆動周波数を 18 kHz、振動振幅を 3.5  $\mu\text{m}_{\text{op}}$  とする。ポンプ圧の実験値と計算値の傾向は隙間が限定された範囲で一致し、仮にスクイーズ膜係数  $\alpha$  を 0.2 とすると、絶対値も一致する。

Figure 4 に振動振幅を変えたときのポンプ圧を示す。隙間を 10  $\mu\text{m}$  とする。ポンプ圧の実験値と計算値の傾向は振動振幅が限定された範囲で一致し、スクイーズ膜係数  $\alpha$  を 0.15~0.2 とすると、絶対値も一致する。Figure 5 に円管の外径を変えたときのポンプ圧を示す。内径を 3.5 mm 一定、隙間を 10  $\mu\text{m}$ 、振動振幅を 3.5  $\mu\text{m}_{\text{op}}$  とする。ポンプ圧の実験値と計算値は右肩下りの傾向は一致するが、実験値が外径 5.0 mm 以下で低減する傾向を計算値は表現できていない。

Figure 6 に駆動周波数を変えたときのポンプ圧を示す。共振周波数が 18、38、83 kHz である 3 種のランジュバン型振動子を用意する。隙間を 10  $\mu\text{m}$  とする。係数  $\alpha$  には、ポンプ圧の実験値の近似直線と計算値が一致するときの値を代入する。周波数が高くなるほど係数  $\alpha$  も増大し、スクイーズ膜効果が増大する。

### 4. Conclusions

ポンプ圧を増大するため、スクイーズ膜理論に基づき揚水機構をモデル化し、円管内のポンプ圧を導出した。モデルの有効性を検証するため、ポンプ圧の実験値と計算値を比較検討した。その結果、ポンプ圧の実験値と計算値の傾向が限定された範囲で一致することを明らかにし、シミュレーションの有効性を示した。

### References

1. T. Hasegawa, J. Friend, K. Nakamura and S. Ueha: Jpn. J. Appl. Phys. **44** (2005) 4658.
2. K. Ono: Journal of Japan Society of Lubrication Engineers **18** (1973) 773.

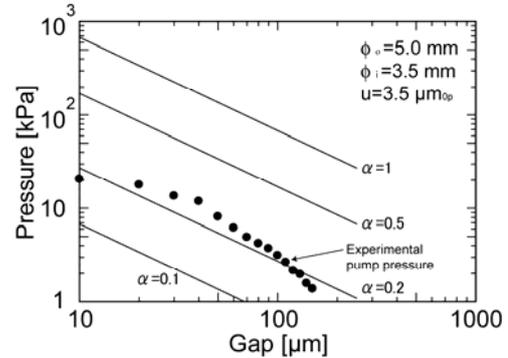


Fig. 3 Pressure as a function of the gap.

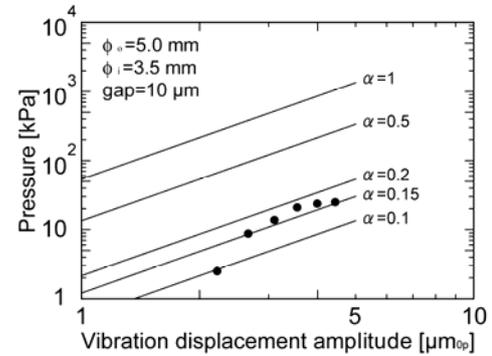


Fig. 4 Pressure as a function of the amplitude.

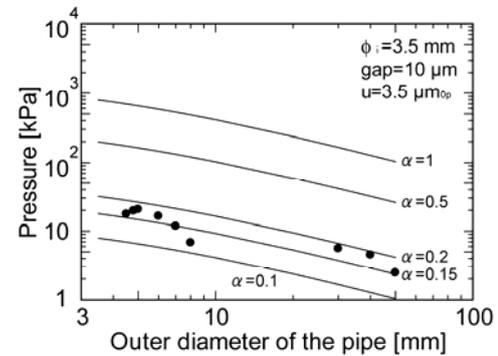


Fig. 5 Pressure as a function of the outer diameter of pipe.

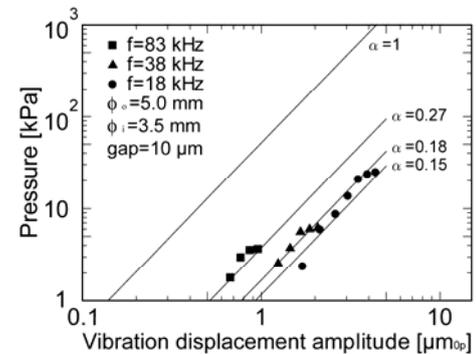


Fig. 6 Pressure as a function of the amplitude for three different driving frequencies.